

УДК 621.391

DOI: 10.18413/2518-1092-2024-9-3-0-3

Махди Т.Н.<sup>1</sup>  
Польщиков К.А.<sup>2</sup>**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДОСТАВКИ  
ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКИХ СООБЩЕНИЙ В СИСТЕМЕ  
МЕДИЦИНСКОГО ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ**<sup>1</sup> Университет Мустансирия, Ирак, 10001, г. Багдад, ул. Аль-Кадисия<sup>2</sup> Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
ул. Победы 85, г. Белгород, 308015, Россия*e-mail: tareq.nasser.m@gmail.com, polshchikov@bsu.edu.ru***Аннотация**

В настоящее время актуальны исследования и разработки, направленные на повышение оперативности передачи телеметрических сообщений в беспроводных системах удаленного мониторинга, используемых медицинскими работниками для своевременного оказания помощи находящимся под наблюдением пациентам. Техническую основу передачи таких сообщений составляют системы медицинского Интернета вещей. Статья посвящена разработке математической модели процесса доставки телеметрических сообщений в такой системе. В ходе исследования получены аналитические выражения, дающие возможность оценить среднее время доставки сообщений от сенсорного устройства пациента к беспроводному устройству медработника в зависимости от интервалов срабатывания таймеров повторной передачи, установленных в приемо-передающих элементах системы. Полученные результаты позволяют теоретически обосновать выбор значений тайм-аутов повторных передач, обеспечивающий минимизацию среднего времени доставки сообщений при текущем уровне интенсивности битовых ошибок.

**Ключевые слова:** медицинский Интернет вещей; IoMT; протокол MQTT-SN; телеметрические сообщения; задержки доставки; таймер повторной передачи; битовые ошибки

**Для цитирования:** Махди Т.Н., Польщиков К.А. Математическая модель процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей // Научный результат. Информационные технологии. – Т.9, №3, 2024. С. 19-33. DOI: 10.18413/2518-1092-2024-9-3-0-3

Mahdi T.N.<sup>1</sup>  
Polshchikov K.A.<sup>2</sup>**MATHEMATICAL MODEL OF THE DELIVERY PROCESS  
OF TELEMETRY MESSAGES IN THE MEDICAL  
INTERNET OF THINGS SYSTEM**<sup>1</sup> Mustansiriyah University, AL-Qadisiya St, Baghdad, 10001, Iraq<sup>2</sup> Belgorod State National Research University,  
85 Pobedy St., Belgorod, 308015, Russia*e-mail: tareq.nasser.m@gmail.com, polshchikov@bsu.edu.ru***Abstract**

Currently, research and development are relevant aimed at increasing the efficiency of transmission of telemetry messages in wireless remote monitoring systems used by medical workers to provide timely assistance to patients under observation. The technical basis for transmitting such messages is provided by medical Internet of Things systems. The article is devoted to the development of a mathematical model of the process of delivering telemetric messages in such a system. In the course of the study, analytical expressions were obtained that make it possible to estimate the average delivery time of messages from the patient's sensory device to the healthcare worker's wireless device, depending on the response intervals of the retransmission timers installed in the transmitting and receiving elements of the system. The results obtained allow us to theoretically substantiate the choice of retransmission timeout values that ensure minimization of the average message delivery time at the current level of bit error intensity.

**Keywords:** medical Internet of things; IoMT; MQTT-SN protocol; telemetry messages; delivery delays; retransmission timer; bit errors

**For citation:** Mahdi T.N., Polshchikov K.A. Mathematical model of the delivery process of telemetry messages in the medical Internet of Things system // Research result. Information technologies. – Т.9, №3, 2024. – P. 19-33. DOI: 10.18413/2518-1092-2024-9-3-0-3

## **ВВЕДЕНИЕ**

Системы Интернета вещей медицинского назначения (Internet of Medical Things, IoMT) в настоящее время активно развиваются и используются, в частности, для удаленного наблюдения в реальном времени за физиологическими показателями пациентов [1–9]. К числу наиболее значимых показателей жизненно важных функций относится, например, частота сердечных сокращений. Значительное снижение или повышение пульса у наблюдаемого пациента, а также прекращение работы его сердца требуют немедленного медицинского вмешательства, поэтому оперативность получения медработником этих данных имеет критически важное значение.

Для передачи данных в IoMT-системах удаленного мониторинга часто используется протокол организации очередей доставки телеметрических сообщений, адаптированный к особенностям беспроводных сенсорных сетей (Message Queuing Telemetry Transport for Sensor Networks, MQTT-SN) [10; 11]. Это протокол прикладного уровня Эталонной модели взаимодействия открытых систем. В соответствии с ним сообщения, содержащие, например, данные измерений, формируются в узле-отправителе и передаются на сервер, а затем из сервера пересылаются на определенный узел-получатель. В IoMT-системе в качестве узла-отправителя используется сенсорное устройство пациента, закрепленное на теле этого человека. В качестве узла-получателя выступает IoMT-устройство медицинского работника. С помощью этого устройства данные о показателях жизненно важных функций пациента принимаются и отображаются для наблюдения за ними медперсоналом.

Передача телеметрических сообщений по протоколу MQTT-SN осуществляется в беспроводной среде, в которой уровень интенсивности битовых ошибок может достигать высоких значений и динамически изменяться под влиянием различных внешних факторов. Для противодействия искажениям в передаваемых данных протоколом предусмотрена отправка подтверждений на принятые сообщения, а также используются повторные передачи тех сообщений, в которых обнаружены ошибки. Указанные особенности существенно повышают время доставки данных удаленного мониторинга на IoMT-устройства медработников. Чтобы, в случае необходимости, оперативно провести реанимационные мероприятия для спасения человеческих жизней, необходимо минимизировать задержки в доставке телеметрических сообщений в системах медицинского Интернета вещей.

Вопросам исследования задержек доставки сообщений в беспроводных системах передачи данных, в том числе, в системах Интернета вещей посвящены работы многих исследователей [12–22]. В научно-технической литературе предложены технические решения, позволяющие уменьшить задержки передачи данных в IoMT-системах на основе планирования отправки пакетов с учетом сетевой нагрузки на транспортном и канальном уровнях [23]. В целях повышения производительности беспроводной сенсорной сети разработан метод выбора одного из уровней QoS, предусмотренных протоколом MQTT-SN, в зависимости от текущих задержек передачи сообщений [24]. Предложены рекомендации, позволяющие помочь системному персоналу принимать решения по планированию различных типов оборудования для выбора подходящего уровня обслуживания в системе Интернета вещей [25]. Разработан алгоритм выбора уровня QoS с учетом надежности доставки сообщений, позволяющий снизить взвешенную сумму задержек и коэффициент потерь пакетов при передаче телеметрических данных [26].

Протоколом MQTT-SN предписана возможность устанавливать интервал срабатывания таймеров повторной передачи для дублирования тех сообщений, которые были потеряны или искажены в процессе доставки по сети. Этот параметр, который именуется тайм-аутом повторных передач, предположительно может оказывать существенное влияние на время доставки сообщений. Протоколом MQTT-SN рекомендуется использовать значения этого параметра в интервале от 10 до 15 секунд. Однако в научных публикациях недостаточно внимания уделено вопросам исследования влияния значений тайм-аута повторных передач на задержки доставки сообщений в условиях

изменяющейся интенсивности битовых ошибок в системах Интернета вещей, функционирующих в соответствии с протоколом MQTT-SN. В связи с вышеизложенным актуальной научно-технической задачей представляется теоретическое обоснование возможности минимизации задержек доставки сообщений в IoMT-системе на основе рационального выбора значений тайм-аута повторных передач. Для решения этой задачи предлагается разработать математическую модель процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей.

### РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ

Разработку математической модели процесса доставки сообщений в IoMT-системе предлагается на основе применения аппарата вероятностно-временных графов, позволяющего адекватно учесть все возможные состояния моделируемого процесса, а также вероятности и длительности переходов из одного состояния в другое [27–29].

На рисунке 1 представлен вероятностно-временной граф процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей. При этом узлам-отправителям (сенсорному устройству и MQTT-серверу) разрешено сделать не более 2 повторных передач одного и того же сообщения, т.е.  $N_{retry} = 2$ .

Начальное состояние процесса моделируется вершиной «В». В этом состоянии начинается передача сообщения из сенсорного устройства на MQTT-сервер. В случае корректного приема этого сообщения сервером моделируемый процесс переходит в состояние «S1». Вероятность перехода из состояния «В» в состояние «S1» равна  $P_s$ , длительность передачи сообщения равна  $T_{mess}$ . Ребру графа, соединяющему вершину «В» с вершиной «S1», соответствует следующая функция:

$$f_1(z) = P_s \cdot z^{T_{mess}}, \quad (1)$$

где  $z$  – параметр функции ребра графа.

Далее сообщение, корректно принятое сервером, передается в IoT-устройство медработника. При значительном количестве сообщений в сервере могут образовываться очереди на их отправку. Среднее время ожидания сообщения в очереди на отправку составляет  $T_{WS}$ . Если это сообщение корректно принято IoT-устройством, то моделируемый процесс переходит из состояния «S1» в состояние «D1». Такой переход осуществляется с вероятностью  $P_d$ , длительность его равна  $(T_{mess} + T_{WS})$ . Функция ребра, соединяющая вершину «S1» с вершиной «D1», может быть представлена в следующем виде:

$$f_3(z) = P_d \cdot z^{T_{mess} + T_{WS}}. \quad (2)$$

В рассматриваемом графе имеется 9 вершин «D1», все они являются терминальными и соответствуют корректной доставке сообщения IoT-устройству медработника.

В случае потери или некорректного приема этого сообщения IoT-устройством медработника моделируемый процесс переходит в состояние «D0». Функция ребра, соединяющая вершину «S1» с вершиной «D0», имеет следующий вид:

$$f_4(z) = (1 - P_d) \cdot z^{T_{mess} + T_{WS}}. \quad (3)$$

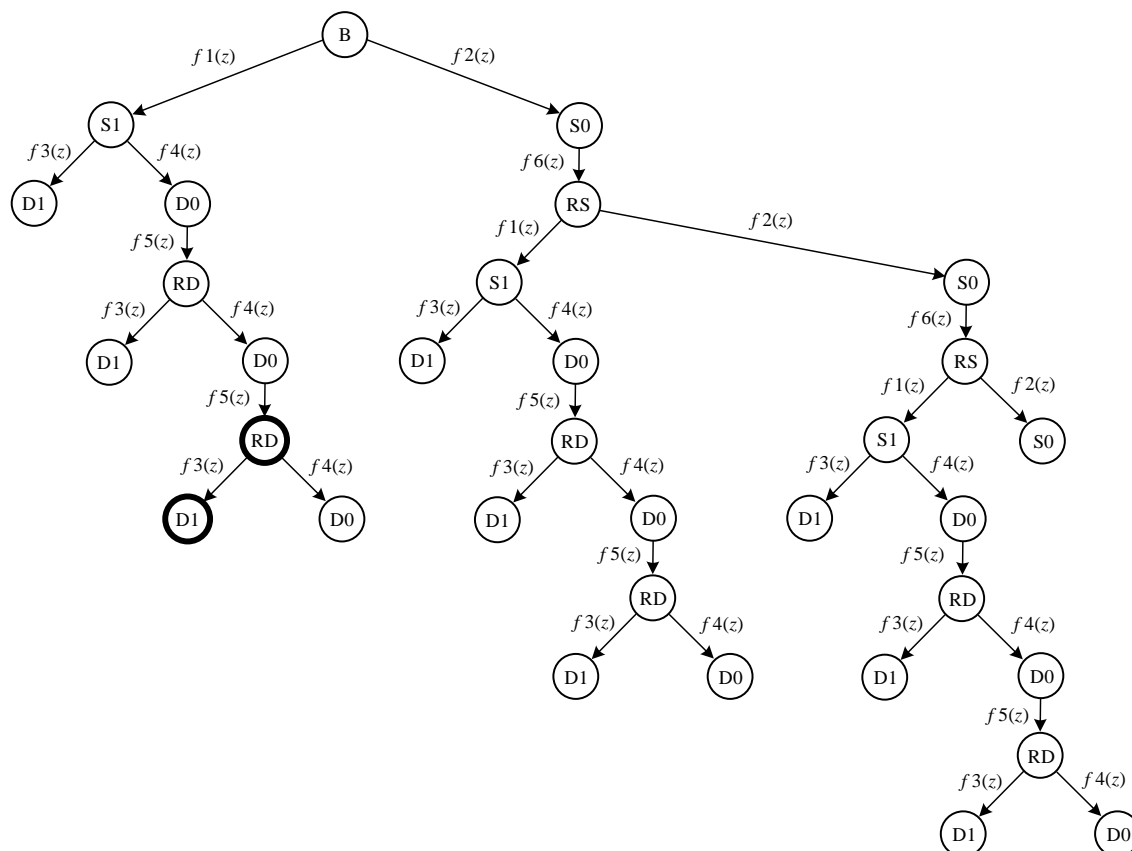


Рис. 1. Вероятностно-временной граф процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей

Fig. 1. Probabilistic-time graph of the process of delivering telemetric messages in a medical Internet of things system

Из вершины «D0» возможен только один переход – это переход в вершину «RD». Такой переход моделирует ожидание повторной передачи сообщения из сервера в течение интервала времени тайм-аута  $TS_{retry}$ . Ребру графа, соединяющему вершину «D0» с вершиной «RD», соответствует следующая функция:

$$f5(z) = z^{TS_{retry}}. \quad (4)$$

Из вершины «RD» возможен переход в вершину «D1», который выполняется, если в результате повторной передачи сообщение будет корректно доставлено на IoT-устройство медработника. Функция такого перехода равна  $f3(z)$ . Кроме того, из вершины «RD» возможен переход в вершину «D0», если сообщение после повторной передачи было потеряно или некорректно принято IoT-устройством медработника. Функция такого перехода равна  $f4(z)$ .

В рассматриваемом графе имеется 3 вершины «D0», являющиеся терминальными. Они соответствуют случаям, при которых MQTT-сервером выполнены 2 повторные передачи сообщения, но в результате его не удалось успешно доставить IoT-устройству медработника.

Из начального состояния «B» возможен также переход в состояние «S0». Он осуществляется, если сообщение, передаваемое из сенсорного устройства, было потеряно или некорректно принято MQTT-сервером. Вероятность такого события равна  $(1 - P_s)$ , а длительность перехода составляет  $T_{mess}$ . Функция ребра, соединяющая вершину «B» с вершиной «S0», имеет следующий вид:

$$f2(z) = (1 - P_s) \cdot z^{T_{mess}}. \quad (5)$$

Из вершины «S0» возможен переход только в вершину «RS». Этот переход моделирует ожидание повторной передачи сообщения из сенсорного устройства в течение интервала времени

тайм-аута  $TDretry$ . Ребру графа, соединяющему вершину «S0» с вершиной «RS», соответствует следующая функция:

$$f6(z) = z^{TDretry}. \quad (6)$$

В рассматриваемом графе одна вершина «S0» является терминальной. Переход в эту вершину из вершины «RS» моделирует ситуацию, при которой в результате отправки сообщения из сенсорного устройства, а также двух его повторных передач не был достигнут корректный прием этого сообщения MQTT-сервером. Такому переходу соответствует функция ребра графа  $f2(z)$ .

Из вершины «RS» возможен также переход в вершину «S1», который выполняется, если в результате повторной передачи сообщение будет корректно доставлено на сервер. Функция такого перехода равна  $f1(z)$ .

Производящая функция, соответствующая переходу моделируемого процесса из начального состояния в состояние корректной доставки сообщения на IoT-устройство медработника, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} Fr2(z) &= f1(z) \cdot f3(z) + f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f3(z) + f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f2(z) \cdot f6(z) \cdot f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f2(z) \cdot f6(z) \cdot f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) + \\ &+ f2(z) \cdot f6(z) \cdot f2(z) \cdot f6(z) \cdot f1(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f4(z) \cdot f5(z) \cdot f3(z) = \\ &= f1(z) \cdot f3(z) \cdot \sum_{i=0}^2 \sum_{k=0}^2 (f2(z) \cdot f6(z))^i (f4(z) \cdot f5(z))^k. \end{aligned} \quad (7)$$

Напомним, что формула (7) получена для процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей при  $Nretry = 2$ . Данный процесс был исследован также при других значениях этой величины. Это позволило вывести обобщенное выражение, соответствующее производящей функции при любом натуральном значении величины  $Nretry$ :

$$Fr(z) = f1(z) \cdot f3(z) \cdot \sum_{i=0}^{Nretry} \sum_{k=0}^{Nretry} (f2(z) \cdot f5(z))^i (f4(z) \cdot f6(z))^k. \quad (8)$$

Вероятность доставки сообщения из сенсорного устройства пациента на IoT-устройство медработника можно оценить с помощью выражения:

$$PDEL = Fr(z) \Big|_{z=1}. \quad (9)$$

Для оценивания среднего времени доставки сообщения из сенсорного устройства пациента на IoT-устройство медработника можно использовать следующую формулу:

$$TDEL = \frac{d}{dz} Fr(z) \Big|_{z=1}. \quad (10)$$

Чтобы оценить величины  $PDEL$  и  $TDEL$ , необходимо иметь данные о значениях параметров  $Ps$ ,  $Pd$ ,  $Lmess$ ,  $TSretry$  и  $TDretry$ , входящих в функции ребер  $f1(z)$ ,  $f2(z)$ ,  $f3(z)$ ,  $f4(z)$ ,  $f5(z)$  и  $f6(z)$ .

Вероятность корректного приема сообщения сервером можно вычислить с помощью следующего выражения:

$$Ps = 1 - (Lmess \cdot BER1), \quad (11)$$

где  $Lmess$  – битовая длина передаваемого сообщения;  $BER1$  – коэффициент (интенсивность) битовых ошибок в беспроводных каналах, соединяющих сенсорные устройства пациентов с сервером.

Вероятность корректного приема сообщения IoT-устройством медработника можно вычислить по формуле:

$$Pd = 1 - (Lmess \cdot BER2), \quad (12)$$

где  $BER2$  – коэффициент битовых ошибок в беспроводных каналах, соединяющих сервер с IoT-устройствами медработников.

Длительность передачи сообщения оценивается с использованием следующего выражения:

$$Tmess = \frac{Lmess}{Rbit}, \quad (13)$$

где  $Rbit$  – битовая скорость передачи данных в беспроводных каналах.

При установке величины тайм-аута  $TDretry$  необходимо учитывать его влияние на значение  $PRD$ , т.е. на вероятность корректного срабатывания таймера повторной передачи в сенсорном устройстве. По сути, величина  $PRD$  – это вероятность того, что таймер повторной передачи в сенсорном устройстве не сработает до приема подтверждения и зависит от того, насколько тайм-аут  $TDretry$  превышает величину  $TWD$  (среднее время ожидания подтверждения сенсорным устройством). Значение  $TWD$  можно оценить с помощью выражения [30]:

$$TWD = \frac{P1 \cdot \frac{(\lambda1 \cdot \tau)^{nack}}{nack!} \cdot \sum_{i=nack}^{nack+mack} \left( \frac{\lambda1 \cdot Tack}{nack} \right)^{i-nack}}{\frac{nack}{Tack} - \lambda1}, \quad (14)$$

где  $P1$  – вероятность того, что в момент поступления подтверждения на отправку из сервера все беспроводные каналы будут заняты;  $\lambda1$  – интенсивность поступления на сервер тех сообщений, на которые отправляются подтверждения;  $Tack$  – длительность передачи подтверждения по беспроводному каналу;  $nack$  – число беспроводных каналов, используемых для передачи подтверждений из сервера на сенсорные устройства;  $mack$  – емкость буферной памяти в сервере для очереди подтверждений, ожидающих отправки по беспроводным каналам.

Вероятность того, что в момент поступления подтверждения на отправку из сервера все беспроводные каналы будут заняты, можно вычислить с помощью выражения [31]:

$$P1 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{nack} \frac{(\lambda1 \cdot Tack)^i}{i!} + \frac{(\lambda1 \cdot Tack)^{nack}}{nack!} \cdot \sum_{u=0}^{mack} \frac{(\lambda1 \cdot Tack)^u}{nack}}. \quad (15)$$

Для оценивания интенсивности поступления подтверждений на отправку из сервера можно использовать следующее выражение:

$$\lambda1 = K \cdot Kmess \cdot Ps \cdot \sum_{k=1}^{Nretry+1} PE1_k \cdot k, \quad (16)$$

где  $K$  – количество сенсорных устройств, передающих сообщения на сервер в IoT- системе;  $Kmess$  – количество сообщений, передаваемых одним сенсорным устройством в течение 1 часа;  $PE1_k$  – вероятность отправки  $k$  пакетов в процессе доставки сообщения из сенсорного устройства на сервер.

Значение вероятности отправки  $k$  пакетов в процессе доставки сообщения из сенсорного устройства на сервер можно оценить по формуле:

$$PE1_k = \begin{cases} a \cdot b [a \cdot (1-b) + (1-a)]^{k-1}, & k \leq Nretry; \\ [a \cdot (1-b) + (1-a)]^{k-1}, & k = Nretry + 1. \end{cases}, \quad (17)$$

где  $a$  – вероятность корректного приема пакета сервером,  $b$  – вероятность корректного и своевременного приема подтверждения сенсорным устройством,  $Nretry$  – разрешенное число повторных передач.

В формуле (17)  $a = Ps$ , величина  $k = 1, 2, \dots, Nretry + 1$ . Вероятность корректного и своевременного приема подтверждения сенсорным устройством можно оценить с помощью выражения:

$$b = PDack \cdot PRD, \quad (18)$$

где  $PDack$  – вероятность корректного приема подтверждения сенсорным устройством.

Значение вероятности корректного приема подтверждения сенсорным устройством может быть вычислена с использованием выражения:

$$PDack = 1 - (Lack \cdot BER1), \quad (19)$$

где  $Lack$  – битовая длина подтверждения.

Для оценивания длительности передачи подтверждения по беспроводному каналу следует использовать выражение:

$$\tau = \frac{Lack}{Rbit}. \quad (20)$$

Чтобы оценить значение величины  $PRD$  предлагается провести несколько серий по  $N$  имитационных экспериментов. В каждом из них с помощью генератора квазислучайных чисел, распределенных по нормальному закону, получить сгенерированное значение случайной величины времени ожидания подтверждения сенсорным устройством. При этом в качестве математического ожидания указанной величины необходимо использовать значение  $TWD$ . Затем подсчитать суммарное число случаев  $N1$ , в которых величина  $TDretry$  превысила значения времени ожидания подтверждения сенсорным устройством. Тогда вероятность корректного срабатывания таймера повторной передачи в сенсорном устройстве можно вычислить по формуле:

$$PRD = \frac{N1}{N}. \quad (21)$$

Если значение  $PRD$  превышает заданное рекомендуемое значение, то необходимо провести следующую серию имитационных экспериментов, в которых нужно незначительно уменьшить величину  $TDretry$ . Если же значение  $PRD$  ниже заданного рекомендуемого значения, то в следующей серии имитационных экспериментов необходимо незначительно увеличить величину  $TDretry$ . Серии экспериментов с корректировкой значений  $TDretry$  следует окончить, когда величина  $PRD$  примет рекомендуемое значение.

Похожим образом предлагается подобрать величину  $TSretry$ . При установке этого тайм-аута необходимо стремиться, чтобы вероятность корректного срабатывания таймера повторной передачи в сервере составляла заданное рекомендуемое значение  $PRS$ . Вероятность корректного срабатывания таймера повторной передачи в сервере, т.е. вероятность того, что он не сработает до приема подтверждения зависит от среднего времени ожидания подтверждения сервером, значение которого можно оценить с помощью выражения [30]:

$$TWS = \frac{P2 \cdot \frac{(\lambda 2 \cdot Tmess)^n}{n!} \cdot \sum_{i=n}^{n+m} \left( \frac{\lambda 2 \cdot Tmess}{n} \right)^{i-n}}{\frac{n}{Tmess} - \lambda 2}, \quad (22)$$

где  $P2$  – вероятность того, что в момент поступления сообщения на отправку из сервера все беспроводные каналы будут заняты;  $\lambda 2$  – интенсивность поступления сообщений на отправку из сервера на IoT-устройства медработников;  $n$  – число беспроводных каналов, используемых для передачи сообщений из сервера на IoT-устройства медработников;  $m$  – емкость буферной памяти в сервере для очереди сообщений, ожидающих отправки на IoT-устройства медработников.

Вероятность того, что в момент поступления сообщения на отправку из сервера все беспроводные каналы будут заняты, можно вычислить с помощью выражения [31]:

$$P2 = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \frac{(\lambda 2 \cdot T_{mess})^i}{i!} + \frac{(\lambda 2 \cdot T_{mess})^n}{n!} \cdot \sum_{u=0}^m \frac{(\lambda 1 \cdot T_{mess})^u}{n}}. \quad (23)$$

Интенсивность поступления сообщений на отправку из сервера на IoT-устройства медработников можно вычислить по формуле:

$$\lambda 2 = K \cdot K_{mess} \cdot \sum_{k=1}^{N_{retry}+1} PE2_k \cdot k, \quad (24)$$

где  $PE2_k$  – вероятность отправки  $k$  пакетов в процессе доставки сообщения из сервера на IoT-устройство медработника.

Значение вероятности отправки  $k$  пакетов в процессе доставки сообщения из сервера на IoT-устройство медработника можно оценить по формуле:

$$PE2_k = \begin{cases} x \cdot y [x \cdot (1-y) + (1-x)]^{k-1}, & k \leq N_{retry}; \\ [x \cdot (1-y) + (1-x)]^{k-1}, & k = N_{retry} + 1. \end{cases}, \quad (25)$$

где  $x$  – вероятность корректного приема пакета IoT-устройством медработника,  $y$  – вероятность корректного и своевременного приема подтверждения сервером.

В формуле (25)  $x = Pd$ , величина  $k = 1, 2, \dots, N_{retry} + 1$ . Вероятность корректного и своевременного приема подтверждения сервером можно оценить с помощью выражения:

$$y = PSack \cdot PRS, \quad (26)$$

где  $PSack$  – вероятность корректного приема подтверждения сервером.

Значение вероятности корректного приема подтверждения сервером можно оценить с использованием выражения:

$$PSack = 1 - (Lack \cdot BER2). \quad (27)$$

Чтобы подобрать значение величины тайм-аута  $TS_{retry}$  предлагается провести несколько серий по  $N$  имитационных экспериментов. В каждом из них с помощью генератора квазислучайных чисел, распределенных по нормальному закону, получить значение величины времени ожидания подтверждения сервером. При этом в качестве математического ожидания указанной величины необходимо использовать значение  $TWS$ . Затем подсчитать суммарное число случаев  $N2$ , в которых величина  $TS_{retry}$  превысила значения времени ожидания подтверждения сервером. Тогда вероятность корректного срабатывания таймера повторной передачи в сервере можно вычислить по формуле:

$$PRS = \frac{N2}{N}. \quad (28)$$

Если значение  $PRS$  превышает заданное рекомендуемое значение, то необходимо провести следующую серию имитационных экспериментов, в которых нужно незначительно уменьшить величину  $TS_{retry}$ . Если же значение  $PRS$  ниже заданного рекомендуемого значения, то в следующей серии имитационных экспериментов необходимо незначительно увеличить величину  $TS_{retry}$ . Серии экспериментов с корректировкой значений  $TS_{retry}$  следует окончить, когда величина  $PRS$  примет рекомендуемое значение.

С использованием разработанной модели процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей проведены вычислительные эксперименты. Полученные экспериментальные данные и их анализ представлены ниже.

## **ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И АНАЛИЗ ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ**

При проведении вычислительных экспериментов использовались исходные данные, показанные в таблице 1.



Таблица 1

Исходные данные, использованные при проведении вычислительных экспериментов

Table 1

Initial data used in computational experiments

№ п/п	Величины	Значение	Единицы измерения
1.	<i>BER1</i>	$9,2 \times 10^{-4}$	-
2.	<i>Lmess</i>	256	бит
3.	<i>Lack</i>	256	бит
4.	<i>Nretry</i>	3	-
5.	<i>K</i>	500	-
6.	<i>Kmess</i>	60	час <sup>-1</sup>
7.	<i>Rbit</i>	680	бит/с
8.	<i>n</i>	4	-
9.	<i>m</i>	512	-
10.	<i>TDretry</i>	25,3	с

В целях обоснования рекомендуемого значения вероятности корректного срабатывания таймера повторной передачи, установленного в сервере, проведены вычислительные эксперименты при  $BER2 = 4,3 \times 10^{-4}$ . Значения тайм-аута повторной передачи *TSretry* подбирались такими, чтобы вычисляемые по формуле (28) значения *PRS* соответствовали данным первого столбца таблицы 2. Представленные на рисунке 2 результаты вычислительных экспериментов показали, что с увеличением значений *PRS* значительно снижается среднее время доставки сообщения в IoT-системе. Рекомендуемым значением величины *PRS* является 1, т.к. уменьшение этой величины всего лишь на 1% приводит к почти шестикратному росту величины *TDEL*. Аналогично обосновано рекомендуемое значение величины *PRD*, которое также равно 1.

Таблица 2

Результаты вычислительных экспериментов по обоснованию рекомендуемого значения величины *PRS*

Table 2

Results of computational experiments to substantiate the recommended *PRS* value

<i>PRS</i>	<i>TWS</i>	<i>TSretry</i>
0,990	51,1	56,4
0,992	24,6	28,5
0,994	16,2	19,4
0,998	9,5	12,42
1	7,9	11,3

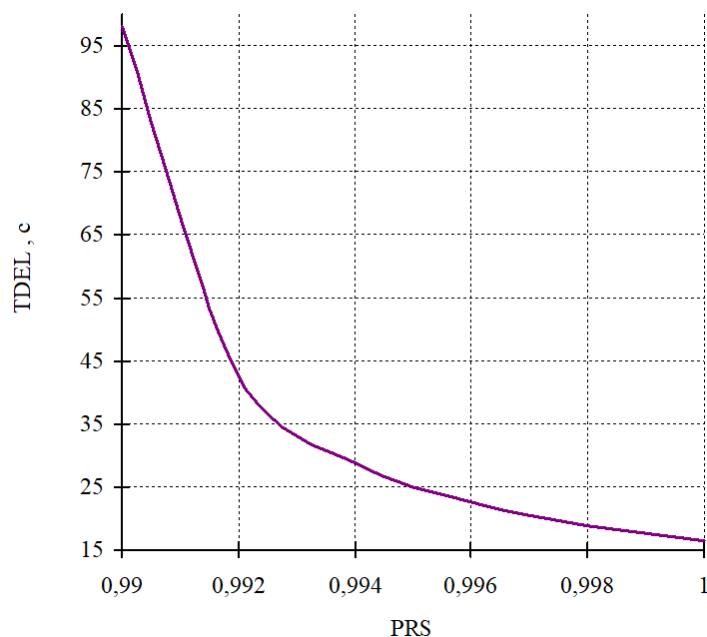


Рис. 2. График зависимости величины  $TDEL$  от значений  $PRS$   
Fig. 2. Graph of  $TDEL$  versus  $PRS$  values

Рекомендуемое значение  $PRS = 1$  использовалось в вычислительных экспериментах, проведенных для исследования зависимости среднего времени доставки сообщения в IoT-системе от интенсивности битовых ошибок, получаемых при передаче данных по беспроводным каналам. Полученный график зависимости величины  $TDEL$  от значений  $BER2$  представлен на рисунке 3. Его анализ показывает, что с ростом интенсивности битовых ошибок существенно повышается среднее время доставки сообщений. Результаты вычислительных экспериментов показали, что похожая тенденция относится также к зависимости величины  $TDEL$  от значений  $BER1$ .

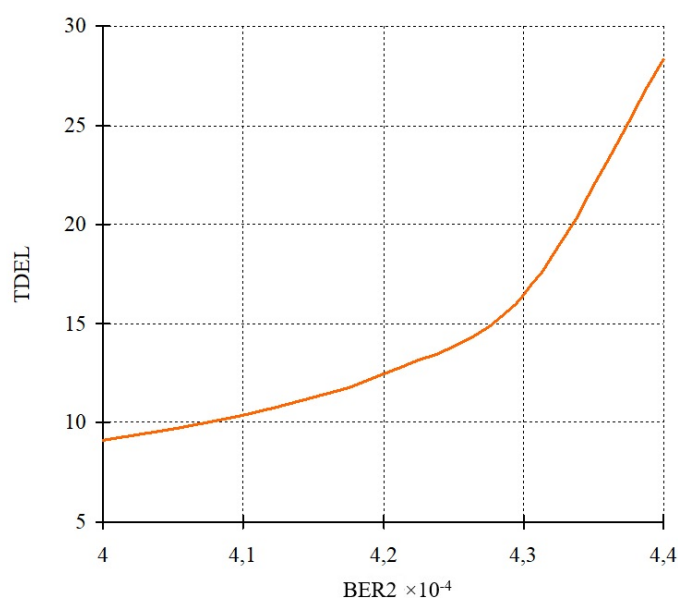


Рис. 3. График зависимости величины  $TDEL$  от значений  $BER2$   
Fig. 3. Graph of  $TDEL$  versus  $BER2$  values

Анализ семейства кривых зависимости величины  $TDEL$  от значений тайм-аута  $TSretry$ , представленный на рисунке 4, показывает, что для конкретных значений интенсивности битовых ошибок можно подобрать величину тайм-аута повторной передачи, при которой

минимизируется среднее время доставки сообщения. Так, например, при  $BER2 = 4,34 \times 10^{-4}$  минимальное значение  $TDEL = 19,5$  с обеспечивается, если на сервере установить значение тайм-аута повторной передачи, равное 13,3 с. Предположим, что допустимое значение среднего времени доставки сообщений в IoT-системе медицинского назначения не должно превышать 20 с. Из рисунка 4 видно, что при  $BER2 = 4,34 \times 10^{-4}$  установка значений  $TSretry > 15$  с приводит к достижению недопустимых значений  $TDEL$ . При  $BER2 = 4,32 \times 10^{-4}$  не следует устанавливать значения  $TSretry > 19,5$  с, а при  $BER2 = 4,30 \times 10^{-4}$  недопустимо устанавливать значения  $TSretry$ , превышающие 22,5 с.

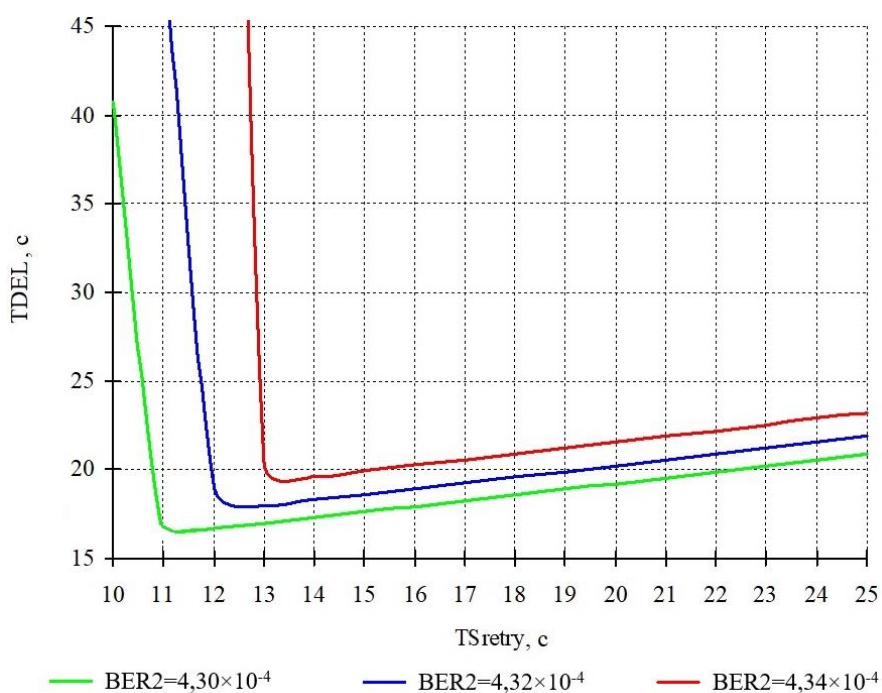


Рис. 4. График зависимости величины  $TDEL$  от значений  $TSretry$   
Fig. 4. Graph of  $TDEL$  versus  $TSretry$  values

Кроме того, анализ рисунка 4 показывает, что неограниченное снижение величины тайм-аута повторной передачи приводит к резкому росту среднего времени доставки сообщений. Так, при  $BER2 = 4,34 \times 10^{-4}$  недопустимо устанавливать значения  $TSretry$  ниже 13 с, при  $BER2 = 4,32 \times 10^{-4}$  не следует устанавливать значения этого тайм-аута ниже 12 с, а при  $BER2 = 4,30 \times 10^{-4}$  – ниже 11 с. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что аналогичные тенденции относятся также и к зависимости величины  $TDEL$  от значений тайм-аута  $TDretry$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработана математическая модель процесса доставки телеметрических сообщений в системе медицинского Интернета вещей, которая адекватно отражает зависимость среднего времени доставки сообщений от сенсорного устройства пациента к IoMT-устройству медработника от установленных интервалов срабатывания таймеров повторной передачи. В результате проведенного исследования с использованием разработанной модели удалось

теоретически обосновать возможность минимизации задержек доставки телеметрических сообщений, передаваемых в соответствии с протоколом MQTT-SN, на основе рационального выбора значений тайм-аутов повторных передач в условиях изменяющегося уровня интенсивности битовых ошибок.

### Список литературы

1. Razdan S., Sharma S. Internet of Medical Things (IoMT): Overview, Emerging Technologies, and Case Studies // IETE Technical Review. – 2021. – No. 39(4). P. 775–788.
2. Parvathy V.S., Pothiraj S., Sampson J. Automated Internet of Medical Things (IoMT) Based Healthcare Monitoring System // Studies in Systems, Decision and Control. – 2021. – Vol. 311. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-55833-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-55833-8_7).
3. Keerthana A. Performance Assessment of IoMT Services and Protocols // The Internet of Medical Things (IoMT). – 2022. – <https://doi.org/10.1002/9781119769200.ch9>.
4. Dwivedi R., Mehrotra D., Chandra Sh. Potential of Internet of Medical Things (IoMT) applications in building a smart healthcare system: A systematic review // Journal of Oral Biology and Craniofacial Research. – 2022. – Vol. 12(2). – P. 302–318.
5. Singh R.P., Javaid M., Haleem A., Vaishya R., Ali Sh. Internet of Medical Things (IoMT) for orthopaedic in COVID-19 pandemic: Roles, challenges, and applications // Journal of Clinical Orthopaedics and Trauma. – 2020. – Vol. 11(4). – P. 713–717.
6. Adeniyi E.A., Ogundokun R.O., Awotunde J.B. IoMT-Based Wearable Body Sensors Network Healthcare Monitoring System // Studies in Computational Intelligence. – 2021. – Vol. 933. [https://doi.org/10.1007/978-981-15-9897-5\\_6](https://doi.org/10.1007/978-981-15-9897-5_6).
7. Ashfaq Z., Rafay A., Mumtaz R., Zaidi S.M.H., Saleem H., Zaidi S.A.R., Mumtaz S., Haque A. A review of enabling technologies for Internet of Medical Things (IoMT) Ecosystem // Ain Shams Engineering Journal. – 2022. – Vol. 13(4). – P. 101660.
8. Puri V., Kataria A., Sharma V. Artificial intelligence-powered decentralized framework for Internet of Things in Healthcare 4.0 // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. – 2024. – Vol. 35(4). – P. e4245.
9. Weqar M., Mehruz S., Gupta D., Urooj S. Adaptive Switching Based Data-Communication Model for Internet of Healthcare Things Networks // IEEE Access. – 2024. – No. 12. – P. 11530–1548.
10. MQTT For Sensor Networks (MQTT-SN). Protocol Specification. Version 1.2. [https://groups.oasis-open.org/higherlogic/ws/public/download/66091/MQTT-SN\\_spec\\_v1.2.pdf/latest](https://groups.oasis-open.org/higherlogic/ws/public/download/66091/MQTT-SN_spec_v1.2.pdf/latest).
11. Herrero R. MQTT-SN, CoAP, and RTP in wireless IoT real-time communications // Multimedia Systems. – 2020. – No. 26. – P. 643–654.
12. Palmese F., Redondi A.E.C., Cesana M. Adaptive Quality of Service Control for MQTT-SN // Sensors. – 2022. – Vol. 22(22). – P. 8852.
13. Ясир М.Д.Я., Польщиков К.А., Федоров В.И. Модель доставки сообщения в сенсорной сети с низким энергопотреблением // Экономика. Информатика. – 2023. – Т. 50, № 2. – С. 439–447. – DOI 10.52575/2687-0932-2023-50-2-439-447.
14. Konstantinov I., Polshchikov K., Lazarev S., Polshchikova O. Mathematical Model of Message Delivery in a Mobile Ad Hoc Network // Proceedings of the 11th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT). – Moscow, 2017. – P. 10–13.
15. Borsatti D., Cerroni W., Tonini F., Raffaelli C. From IoT to Cloud: Applications and Performance of the MQTT Protocol // 22nd International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON). – Bari, 2020. – P. 1–4.
16. Polshchikov K., Lazarev S., Zdorovtsov A. Multimedia messages transmission modeling in a mobile Ad Hoc network // 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT). – Moscow, 2017. – P. 24–27.
17. Akshatha P.S., Kumar S.M. Delay Estimation of Healthcare Applications Based on MQTT Protocol: A Node-RED Implementation // IEEE International Conference on Electronics, Computing and Communication Technologies (CONECCT). – Bangalore, 2022. – P. 1–6.
18. Tejashree V., Vidhyashree N., Anusha S., Anu K., Akshatha P.S., Kumar S.M.D. (). MQTT-SN Based Architecture for Estimating Delay and Throughput in IoT // Communications in Computer and Information Science. – 2021. – Vol. 1483. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-91244-4\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-030-91244-4_38).

19. Pawar S., Panigrahi N., Jyothi A.P., Lokhande M., Godse D., Jadhav D.B. Evaluation of Delay Parameter of MQTT Protocol // *International Journal of Engineering Trends and Technology*. – 2023. – Vol. 71(3). – P. 227-235.
20. Cho A., Kim T.Y., Kim Ch.K., Choi S., Lee S.K. IoT data dissemination scheme for reducing delay in multi-broker environments // *Internet of Things*. – 2024. – Vol. 25. – P. 101025.
21. Al Enany M.O., Harb H.M., Attiya G. A Comparative analysis of MQTT and IoT application protocols // *International Conference on Electronic Engineering (ICEEM)*. – Menouf, 2021. – P. 1-6.
22. Yamamoto K., Fukuhara A., Nishi H. Hardware Implementation of MQTT Broker and Precise Time Synchronization Using IoT Devices // *IEEJ Transactins Electrical Electronic Engineering*. – 2022. – Vol. 17. – P. 209-217.
23. Buenrostro-Mariscal R., Santana-Mancilla P.C., Montesinos-López O.A., Vazquez-Briseno M., Nieto-Hipolito J.I. Prioritization-Driven Congestion Control in Networks for the Internet of Medical Things: A Cross-Layer Proposal // *Sensors*. – 2023. – Vol. 23(2). – P. 923.
24. da Rocha H., Monteiro T.L., Pellenz M.E., Penna M.C., Alves Junior J. An MQTT-SN-Based QoS Dynamic Adaptation Method for Wireless Sensor Networks // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2020. – Vol. 26. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15032-7\\_58](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15032-7_58).
25. Zhang Y.J., Tao W.Q. Analysis of network overhead and delay of rule engine based on MQTT protocol // *Proceedings of the 2022 10th International Conference on Information Technology: IoT and Smart City (ICIT '22)*. – New York, 2023. – P. 179–183.
26. Zhang H., Zhang H., Wang Z. et al. Delay-reliability-aware protocol adaption and quality of service guarantee for message queuing telemetry transport-empowered electric Internet of things // *International Journal of Distributed Sensor Networks*. – 2022. – Vol. 18(5). <https://doi.org/10.1177/15501329221097815>.
27. Польщиков К.А. Оценка вероятностно-временных характеристик доставки данных в беспроводной самоорганизующейся сети // *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика*. – 2015. – № 7(204). – С. 183-187.
28. Polshchikov K. Olexij S., Rvachova N. The methodology of modeling available for data traffic bandwidth telecommunications network // *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the 10th International Conference, 2010*. – P. 158.
29. Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Kiseleva E.D. Mathematical Model of Multimedia Information Exchange in Real Time Within a Mobile Ad Hoc Network // *International Journal of Computer Science and Network Security*. – 2018. – Vol. 18(6). – P. 20–24.
30. Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Zdorovtsov A.D. Limitary request queue choice mathematical model for the real time streams transfer by means of the mobile ad hoc network radio channel // *Journal of Fundamental and Applied Sciences*. – 2017. – Vol. 9(7S). – P. 1317-1327.
31. Konstantinov I.S., Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Zdorovtsov A.D. Mathematical Models for Estimating Radio Channels Utilization When Transmitting Real-Time Flows in Mobile Ad Hoc Network // *Journal of Fundamental and Applied Sciences*. – 2017. – Vol 9, No 2S. – P. 1510–1517.

### References

1. Razdan S., Sharma S. Internet of Medical Things (IoMT): Overview, Emerging Technologies, and Case Studies // *IETE Technical Review*. – 2021. – No. 39(4). P. 775–788.
2. Parvathy V.S., Pothiraj S., Sampson J. Automated Internet of Medical Things (IoMT) Based Healthcare Monitoring System // *Studies in Systems, Decision and Control*. – 2021. – Vol. 311. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-55833-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-55833-8_7).
3. Keerthana A. Performance Assessment of IoMT Services and Protocols // *The Internet of Medical Things (IoMT)*. – 2022. – <https://doi.org/10.1002/9781119769200.ch9>.
4. Dwivedi R., Mehrotra D., Chandra Sh. Potential of Internet of Medical Things (IoMT) applications in building a smart healthcare system: A systematic review // *Journal of Oral Biology and Craniofacial Research*. – 2022. – Vol. 12(2). – P. 302-318.
5. Singh R.P., Javaid M., Haleem A., Vaishya R., Ali Sh. Internet of Medical Things (IoMT) for orthopaedic in COVID-19 pandemic: Roles, challenges, and applications // *Journal of Clinical Orthopaedics and Trauma*. – 2020. – Vol. 11(4). – P. 713-717.
6. Adeniyi E.A., Ogundokun R.O., Awotunde J.B. IoMT-Based Wearable Body Sensors Network Healthcare Monitoring System // *Studies in Computational Intelligence*. – 2021. – Vol. 933. [https://doi.org/10.1007/978-981-15-9897-5\\_6](https://doi.org/10.1007/978-981-15-9897-5_6).

7. Ashfaq Z., Rafay A., Mumtaz R., Zaidi S.M.H., Saleem H., Zaidi S.A.R., Mumtaz S., Haque A. A review of enabling technologies for Internet of Medical Things (IoMT) Ecosystem // *Ain Shams Engineering Journal*. – 2022. – Vol. 13(4). – P. 101660.
8. Puri V., Kataria A., Sharma V. Artificial intelligence-powered decentralized framework for Internet of Things in Healthcare 4.0 // *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*. – 2024. – Vol. 35(4). – P. e4245.
9. Weqar M., Mehruz S., Gupta D., Urooj S. Adaptive Switching Based Data-Communication Model for Internet of Healthcare Things Networks // *IEEE Access*. – 2024. – No. 12. – P. 11530–1548.
10. MQTT For Sensor Networks (MQTT-SN). Protocol Specification. Version 1.2. [https://groups.oasis-open.org/higherlogic/ws/public/download/66091/MQTT-SN\\_spec\\_v1.2.pdf/latest](https://groups.oasis-open.org/higherlogic/ws/public/download/66091/MQTT-SN_spec_v1.2.pdf/latest).
11. Herrero R. MQTT-SN, CoAP, and RTP in wireless IoT real-time communications // *Multimedia Systems*. – 2020. – No. 26. – P. 643–654.
12. Palmese F., Redondi A.E.C., Cesana M. Adaptive Quality of Service Control for MQTT-SN // *Sensors*. – 2022. – Vol. 22(22). – P. 8852.
13. Yaser M.J.Y., Polshchikov K.A., Fedorov V.I. Message Delivery Model in a LowPower Sensor Network // *Economics. Information technologies*. – 2023. – Vol. 50(2). – P. 439–447 (in Russian). DOI: 10.52575/2687-0932-2023-50-2-439-447
14. Konstantinov I., Polshchikov K., Lazarev S., Polshchikova O. Mathematical Model of Message Delivery in a Mobile Ad Hoc Network // *Proceedings of the 11th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT)*. – Moscow, 2017. – P. 10–13.
15. Borsatti D., Ceroni W., Tonini F., Raffaelli C. From IoT to Cloud: Applications and Performance of the MQTT Protocol // *22nd International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*. – Bari, 2020. – P. 1-4.
16. Polshchikov K., Lazarev S., Zdorovtsov A. Multimedia messages transmission modeling in a mobile Ad Hoc network // *11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT)*. – Moscow, 2017. – P. 24–27.
17. Akshatha P.S., Kumar S.M. Delay Estimation of Healthcare Applications Based on MQTT Protocol: A Node-RED Implementation // *IEEE International Conference on Electronics, Computing and Communication Technologies (CONECCT)*. – Bangalore, 2022. – P. 1-6.
18. Tejashree V., Vidhyashree N., Anusha S., Anu K., Akshatha P.S., Kumar S.M.D. (). MQTT-SN Based Architecture for Estimating Delay and Throughput in IoT // *Communications in Computer and Information Science*. – 2021. – Vol. 1483. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-91244-4\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-030-91244-4_38).
19. Pawar S., Panigrahi N., Jyothi A.P., Lokhande M., Godse D., Jadhav D.B. Evaluation of Delay Parameter of MQTT Protocol // *International Journal of Engineering Trends and Technology*. – 2023. – Vol. 71(3). – P. 227-235.
20. Cho A., Kim T.Y., Kim Ch.K., Choi S., Lee S.K. IoT data dissemination scheme for reducing delay in multi-broker environments // *Internet of Things*. – 2024. – Vol. 25. – P. 101025.
21. Al Enany M.O., Harb H.M., Attiya G. A Comparative analysis of MQTT and IoT application protocols // *International Conference on Electronic Engineering (ICEEM)*. – Menouf, 2021. – P. 1-6.
22. Yamamoto K., Fukuhara A., Nishi H. Hardware Implementation of MQTT Broker and Precise Time Synchronization Using IoT Devices // *IEEJ Transactins Electrical Electronic Engineering*. – 2022. – Vol. 17. – P. 209-217.
23. Buenrostro-Mariscal R., Santana-Mancilla P.C., Montesinos-López O.A., Vazquez-Briseno M., Nieto-Hipolito J.I. Prioritization-Driven Congestion Control in Networks for the Internet of Medical Things: A Cross-Layer Proposal // *Sensors*. – 2023. – Vol. 23(2). – P. 923.
24. da Rocha H., Monteiro T.L., Pellenz M.E., Penna M.C., Alves Junior J. An MQTT-SN-Based QoS Dynamic Adaptation Method for Wireless Sensor Networks // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2020. – Vol. 26. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15032-7\\_58](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15032-7_58).
25. Zhang Y.J., Tao W.Q. Analysis of network overhead and delay of rule engine based on MQTT protocol // *Proceedings of the 2022 10th International Conference on Information Technology: IoT and Smart City (ICIT '22)*. – New York, 2023. – P. 179–183.
26. Zhang H., Zhang H., Wang Z. et al. Delay-reliability-aware protocol adaption and quality of service guarantee for message queuing telemetry transport-empowered electric Internet of things // *International Journal of Distributed Sensor Networks*. – 2022. – Vol. 18(5). <https://doi:10.1177/15501329221097815>.

27. Polshchikov K.A. Probability-time characteristics estimates of data delivery in the wireless ad hoc network // Scientific bulletins of Belgorod State University. Series: Economics. Computer science. – 2015. – № 7(204). – P. 183-187.

28. Polshchikov K. Olexij S., Rvachova N. The methodology of modeling available for data traffic bandwidth telecommunications network // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the 10th International Conference, 2010. – P. 158.

29. Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Kiseleva E.D. Mathematical Model of Multimedia Information Exchange in Real Time Within a Mobile Ad Hoc Network // International Journal of Computer Science and Network Security. – 2018. – Vol. 18(6). – P. 20–24.

30. Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Zdorovtsov A.D. Limitary request queue choice mathematical model for the real time streams transfer by means of the mobile ad hoc network radio channel // Journal of Fundamental and Applied Sciences. – 2017. – Vol. 9(7S). – P. 1317-1327.

31. Konstantinov I.S., Polshchikov K.O., Lazarev S.A., Zdorovtsov A.D. Mathematical Models for Estimating Radio Channels Utilization When Transmitting Real-Time Flows in Mobile Ad Hoc Network // Journal of Fundamental and Applied Sciences. – 2017. – Vol 9, No 2S. – P. 1510–1517.

**Махди Тарек Нассер**, магистр наук, преподаватель

**Польщиков Константин Александрович**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры информационных и робототехнических систем

**Mahdi Tareq Nasser**, MSc, Assistant Lecturer

**Polshchikov Konstantin Alexandrovich**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Information and Robotic Systems